

L'afflux des modèles, un modèle ?

Jean-Michel KANTOR, mathématicien

Depuis une trentaine d'années les mots de modèle et de modélisation font fureur, dans la science et la culture comme dans les media. Avant de tenter une explication, voire de proposer un modèle pour cette avalanche de modèles, nous essaierons de cerner les causes et les limites du phénomène, en quoi il présente des caractères nouveaux, en nous tournant aussi vers le passé et vers d'autres champs du savoir que les mathématiques (économie, sciences de la vie). Nous examinerons les conséquences pour la formation dans les années qui viennent : faut-il réagir, ou prendre l'avalanche comme modèle ?

Bien entendu nous ne pourrions aborder tous les aspects de la question, par exemple :

- tout modèle est-il mathématique ?
- quelle distinction épistémologique faut-il faire entre théorie, analogie, métaphore et modèle, modélisation et simulation, ou celui des pratiques sociales induites par l'usage des modèles dans la technique et l'administration des projets industriels.

En guise d'introduction, plaçons notre réflexion sous le patronage du gardien de but (angoissé) devant le tireur de penalty. S'il y avait un modèle prédictif du comportement de ce couple de joueurs, tous les Zidane du monde seraient au chômage. Pourtant cette situation est paradigmatique d'une grande découverte scientifique : la théorie des jeux (G_2, E). C'est qu'il y a modèle et modèle, prédiction et prédiction.

I. Il pleut des modèles

I.1. Comment distinguer la découverte importante de la mode, dont on a pu voir les effets pervers quand les media se sont emparés du chaos ? Ce phénomène, déjà largement analysé par Henri Poincaré au début du siècle, se manifeste essentiellement par l'"effet papillon" (extrême sensibilité aux conditions initiales, qui expliquent par exemple la difficulté des prévisions météorologiques à long terme).(*)

L'énorme puissance de calculs des superordinateurs a permis l'exploitation de cette théorie et sa visualisation dans des images dont la nouveauté esthétique a fait le succès. La philosophie s'est emparé du phénomène (Jean-Francois Lyotard y voyant l'émergence d'une Nuova Scienza, la science post-moderne). D'autres phénomènes de mode naissent

(*) Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir... il peut arriver que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux ; une petite erreur sur les premières produirait une erreur énorme sur les derniers. La prédiction devient impossible et nous avons alors le phénomène fortuit.

Henri Poincaré, La Science et l'Hypothèse, 1901

régulièrement autour de la complexité, du désordre... Désordre devient le mot juste (!), et on trouve dans une publication récente de vulgarisation scientifique le désordre associé à John Cage, à l'urbanisme de la ville de Naples... en somme un grand... désordre. C'est le pouvoir de la langue qui serait à analyser ici, car la séduction des mots "ordre et désordre" opère, comme opère aussi celle, rassurante, de "modèle".

Le vivant aussi a son pouvoir de séduction : récemment les fourmis à la recherche de nourriture ont "suggéré" la modélisation de la recherche de bénéfices financiers, et de puissants soutiens médiatiques ont aidé fourmis et modélisation.... Pauvres fourmis !

I.2. Retour aux définitions.

Le terme de modèle est polysémique. L'histoire de son usage est longue et riche, et nous renvoyons à l'étude détaillée de Martin Zerner (Z_1 , Z_4). Notons les points majeurs.

D'abord utilisé dans les techniques et l'art, le mot est passé dans le champ scientifique, par exemple avec les modèles mathématiques en plâtre qui servaient à l'étude de surfaces géométriques, puis dans les sciences physiques pour évoquer des objets invisibles à l'oeil nu comme l'atome. Le poids des sciences physiques continuera de s'exercer dans les généralisations diverses, jusqu'à nos jours. Le rôle de John Von Neumann dans ces extensions est considérable, en premier lieu par son livre avec Richard Morgenstern (M_3), publié en 1944, qui ouvre la voie à l'économie moderne. Dans ce livre le terme est systématiquement utilisé dans l'étude de l'économie. Mais dans ses réflexions sur les machines à calcul Von Neumann utilisera aussi systématiquement le terme de modèle (I , Z_7).

I.3. Sciences de la vie.

Outre les sciences physiques et l'informatique, l'autre secteur d'importance majeure est bien sûr celui des sciences de la vie : le champ est vaste et complexe, nous nous limiterons à trois exemples :

- a. le cerveau : une technologie sans modèles
- b. la biologie moléculaire : une science sans mathématiques ?
- c. l'écologie : quid ?

a. Le cerveau :

Déjà Leibniz comparait le cerveau à la machine la plus élaborée de son temps : le moulin ! À l'époque moderne le rapprochement entre cerveau et machine nous conduit de Turing à Von Neumann, à travers une réflexion sur la machine-esprit, jusqu'à la construction de la machine-ordinateur. Dès les années quarante des neuropsychiatres (McCullough et Pitts) prennent l'ordinateur comme modèle du cerveau. Ce va et vient s'est amplifié, et donné naissance aux réseaux neuronaux, à l'intelligence artificielle,..., aux nouveaux langages de programmation. Signalons un épisode récent des aller-retours dialectiques entre cerveau et ordinateur : les questions fondamentales posées par le point de vue de Jean-Louis Krivine qui cette fois prend la théorie informatique comme modèle des mathématiques (K_3). Au total bien qu'on soit loin de comprendre le fonctionnement global du cerveau, les techniques sophistiquées d'imagerie et les recherches des cinquante dernières années ont conduit à un approfondissement de la relation cerveau/machine. Dans ce cas l'absence de modèle global a été bénéfique.

Autre exemple : la mémoire. L'étude de la mémoire n'attire pas les foules de chercheurs. À quoi pourrait donc bien servir de développer la mémoire chez nos concitoyens ? On y trouve pourtant une situation intéressante avec deux modèles-candidats distincts, tous deux issus d'une vision géométrique (architecture ou réseau neuronal (N_2)). Les programmes d'apprentissage, eux, sont l'objet de recherches intenses, liés aux modèles de comportement (cf. II.2).

b. Biologie moléculaire :

La biologie théorique a connu une belle époque entre 1920 et 1940 avec la dynamique des populations, la génétique des populations et l'épidémiologie, utilisant des modèles inspirés de la cinétique des gaz. Nous avons pu mesurer ces dernières années l'immense territoire qui s'est ouvert avec la biologie moléculaire, et qui ne dispose pas encore de routes, de guides structurants. On pourra s'initier au domaine dans (C_1) et approcher les débats ouverts sur le rôle des mathématiques en biologie moléculaire (K_2). Les biologistes sont souvent sceptiques sur l'apport des mathématiques, en dehors des modèles issus des statistiques, comme celui des chaînes de Markov. Il est clair en tout cas que certains domaines en pleine activité de la génétique exigent un effort de renouveau dans l'enseignement des mathématiques combinatoires et discrètes.

c. Écologie : une science ? un modèle ?

Depuis le célèbre modèle proie-prédateur de Volterra (I_1) et la naissance d'une théorie globale des systèmes vivants, les mathématiques n'ont pas réellement permis des avancées conceptuelles radicales : on trouvera dans (D_2) une analyse critique passionnante.

Prenons un exemple récent : un projet de modélisation de l'écosystème amazonien ! Qu'est-ce à dire ? Les outils informatiques les plus puissants ne remplacent pas les choix de stratégie politico-économique, même cachés derrière le rideau des modèles. Citons l'un de ces projets (P_2) : "Que ce soit à des fins cognitives, pour formaliser et rendre opérationnelles les connaissances acquises ou normatives, à des fins techniques ou d'aide à la décision, la modélisation et la simulation sont devenues des méthodologies incontournables. C'est aussi un moyen de dialogue entre les disciplines. C'est un objectif prioritaire que de développer la pratique de ces méthodes, compléments indispensables de l'observation et de l'expérimentation..." Autrement dit modélisons pour dialoguer en vue de modéliser. Mais en fait la décision est une question avant tout politique et se traduit par des choix de préférences dans le modèle. Cercle vicieux !

Quant aux mégamodèles pour Docteurs Folamour du type Global XX, Change, Climate, on y considère l'ordinateur non pas comme une boîte noire mais comme un magicien au pouvoir infini qui révèle, ô miracle, l'avenir, le passé, le futur de l'humanité, des climats... No comment (No Future?).

Une nouvelle récente pourrait nous aider à garder la tête froide (cela peut être utile en météorologie) : Le centre d'études météorologiques de Toulouse a remis en marche, avec des capteurs améliorés, un bassin hydraulique permettant des simulations hydrauliques, supplantant ou complétant les calculs sur machine. C'est un retour intéressant à la période pré-informatique.

II. Du nouveau

L'un des facteurs nouveaux de la période récente, outre la massification de l'utilisation de l'informatique, des réseaux et des nouvelles technologies de l'information et de la communication (NTIC), c'est que les modèles mathématiques ont leur vie propre et ont gagné une autonomie manifeste dans l'expression courante d'objets virtuels. L'existence de modèles peut per se produire des programmes de recherche, créer des nouveaux dispositifs techniques et même ouvrir de nouveaux secteurs d'activité économique, industrielle, et aller jusqu'à perturber le champ idéologique. En voici trois exemples :

II.1. Le cas de l'économie et de ses modèles.

Il est central quant aux rapports entre science et société. Sylvia Nasar, auteur de la biographie de John Nash, mathématicien et lauréat du prix Nobel d'économie, rapportait récemment (N₁) les propos de plusieurs Prix Nobel d'économie lors de leur réception à Stockholm : le Roi est nu ! Pour eux, c'est un secret de Polichinelle : la science de l'économie, ça n'existe pas ! La scène est drôle ou pitoyable, selon les goûts. Ce scepticisme n'est pas nouveau : dès les années trente par exemple, on est sensible dans le groupe de polytechniciens "X-crise" de l'intérêt d'étudier les longues périodes en économie, malgré l'impossibilité d'utiliser les modèles mathématiques dans ce cadre (et ces remarques influenceront Braudel et l'école naissante des Annales, (A)).

Tempérons cependant cette critique : je dois au regretté Marcel-Paul Schutzenberger la remarque selon laquelle ces efforts dans le champ des "mathématiques sociales" ont permis à la volonté générale, notion philosophique, d'accéder à un statut scientifique (voir (C₃), et aussi (B₂) pour une étude approfondie passionnante).

Dans la période récente on a assisté à ce qu'on aurait appelé à une autre époque un retournement dialectique : une fois mis en place un modèle économique commun, reposant sur la formule de Black-Scholes, le levier informatique a décuplé les moyens logistiques mis à la disposition des financiers et on a assisté à l'explosion des nouveaux produits financiers. Autrement dit, phénomène largement sous-estimé pour son importance épistémologique, le modèle a été le moteur d'une création de marchés financiers gigantesques.(**)

Ironie de l'histoire des idées, le discours dominant sur l'impossibilité de gagner de l'argent sans prendre de risques est devenu partie intégrante des modèles mathématiques sous la forme par exemple de l'axiome désormais familier dans les manuels de mathématiques financières :

TNFL : there is no free lunch!

qu'on explicite en termes mathématiques.

II.2. Des modèles de comportement ?

Le Financial Times titrait en 1992 (sous la plume de P. Martin) : "On fabrique des comportements comme des bagnoles", ou comme des blue-jeans disait le regretté Gilles Châtelet (C₂). En effet les modèles statistiques utilisés dans l'analyse des phénomènes de

(**) L'historique détaillé par l'un de ses acteurs, Merton (M₁) est éclairante. De lui l'expression suivante, qui renvoie au même phénomène : "Price formula will be a self-fulfilling prophecy".

masse (files d'attente) ont des corollaires importants dans les circuits commerciaux, par exemple dans la confection des catalogues de librairies en ligne, ou encore dans le choix d'enregistrements musicaux : l'entreprise Sony crée votre bibliothèque d'enregistrements musicaux en influant sur vos goûts par application de modèles extrêmement sophistiqués. On se rapproche du "Meilleur des mondes" !

II.3. Des modèles nomades.

L'autonomie de la notion de modèle par rapport au champ où elle s'applique peut être fructueuse : c'est le cas du modèle des gaz de Boltzmann, appliqué à des prévisions sur la circulation automobile sur les autoroutes, bien que les voitures ne soient pas exactement des atomes. Mais cette technique de transfert peut conduire à une nomadisation prétentieuse et obscurantiste, comme le souligne Jean Gayon (G_2) à propos des méthodes de dynamique des populations appliquées de manière autoritaire à l'évolution culturelle. Dans l'exemple des thèses radicales développées par Wilson (L_2) concernant la dépendance des développements culturel et génétique, avec l'aide d'un physicien qui a été chargé de construire les équations nécessaires alors qu'aucun autre argument (inductif ou déductif) ne puisse être fourni, on observe une version "high-tech" de l'argument d'autorité : "C'est mathématique !". C'est aussi le cas en écologie (voir plus haut).

III. Un modèle pour l'afflux des modèles ?

En France, les mathématiques ont vu depuis Auguste Comte leur rôle moral renforcé, on leur a dressé un piédestal, elles, "Reine et Servante des sciences", dont la rigueur était valeur suprême au pays de Descartes (et ailleurs aussi, mentionnons seulement le rôle des mathématiques et du triangle dans l'Éthique de Spinoza). La période récente a vu de nouvelles valeurs se mettre en place dans un monde apparemment plus homogène et soumis à l'efficacité économique et technique incarnée dans le pragmatisme anglo-saxon. De nouveaux territoires ont été appréhendés : nous avons vécu l'effondrement scientifique et technique des pays de l'Est, mais aussi la révolution génétique. Les sciences fondamentales sont dorénavant financées et jugées selon leur applicabilité, ainsi la génomique devient-elle la recherche du Graal-Génôme.

Les mathématiques jouent-elles un nouveau rôle dans ce dispositif ? "When we entered the era of high technology, we entered the era of mathematical technology" (D_1)(*) Mais les mathématiciens ont péché par excès d'optimisme : Oui, les mathématiques digérées par les programmes informatiques envahissent les techniques de pointe, et les modèles ainsi opératoires "tournent" dans de nombreux secteurs, mais ça ne veut pas dire ni que les

(*) Et le rapport continue : Historically, the work of Wiener and Shannon in communication and information theory highlights the change. The mathematical underpinnings of the computer revolution, from von Neumann onward, and the sophisticated mathematical design of the fuel-efficient Boeing 767 and European Airbus airfoils further exemplify the increased impact of applied mathematics... Four Nobel prizes in other disciplines had just been awarded for what was essentially mathematical research: Chandrasekhar in astrophysics, Cormack in medicine (tomography), Debreu in economics, and Wilson in Physics.

mathématiques elles-mêmes en deviennent plus apparentes, ni que tous aient besoin d'une formation élevée en mathématiques. Combien de nos concitoyens utilisent une voiture sans en connaître le principe physique (moteur à explosion) ? Combien de techniciens, d'ingénieurs, utilisent le système Unix, l'une des merveilles de la science et de la technique réunis, sans avoir appris plus que des rudiments de programmation ? Quelle proportion des passagers du vol Paris-Marseille peut-elle énoncer un seul théorème, ou évoquer le nom d'un des algorithmes sophistiqués sans lequel l'avion –ce gigantesque modèle non-réduit– ne peut voler ?

Pourtant on retrouve avec cette omniprésence de l'informatique, donc des mathématiques et des modèles, des déclarations lénifiantes frisant le scientisme : l'augmentation de la complexité de nos sociétés n'a pas conduit à l'abandon du rêve laplacien du pouvoir sans borne des mathématiques. Ivar Ekeland nous laisse même envisager, grâce aux mathématiques, "Le meilleur des mondes" possibles (E_1). Pourtant rien ne permet d'affirmer ni que les mathématiques permettront de gérer des sociétés aussi complexes, ni qu'elles donneront la clé du génôme ou du cerveau.

D'autres, comme Nicolas Bouleau (B_1) annoncent que nous sommes entrés dans "l'ère de la modélisation", où les mathématiques tiennent le rôle de langage universel, auquel certains ont d'ailleurs toujours voulu les réduire. En somme nous serions, nous mathématiciens, devenus aujourd'hui les spécialistes de ce langage, universel certes, mais seulement un langage, et non plus une science ; ce langage permettrait la communication dans Babel entre tous les acteurs et rouages du système, et optimiserait l'efficacité technique.

IV. Enseigner efficace : les modèles ?

Le virage a été pris de manière brutale en France, alors que par exemple dans les pays anglo-saxons on a depuis bien longtemps intégré dans l'enseignement le fait que les mathématiques servent à quelque chose ! Ici on constate une emprise grandissante dans les programmes de la notion de modèle, bientôt remplacé par modélisation, sous ses aspects les plus mécanistes. Il est vrai que nos programmeurs ont fait preuve d'une certaine démagogie : le terme de théorème est interdit dans les manuels de mathématiques, on a même vu apparaître récemment l'expression "la proportionnalité comme modèle" dans un document de l'Inspection générale. C'est une tendance lourde qui se développe vers un utilitarisme exacerbé, qui remplacera l'enseignement des mathématiques dans leur pouvoir de fascination et dans leur caractère universel par une course aux applications de toutes sortes. Permettons-nous un instant de nostalgie : les mathématiques ont été enseignées comme modèle de rigueur et de beauté, depuis l'Antiquité grecque. Petit à petit elles laissaient poindre les applications pour canonniers polytechniciens et ingénieurs. L'ouragan de l'économie mondialisée (Modélisation = mondialisation ?) touche aussi l'enseignement des sciences, et se traduira par le développement d'enseignement à la demande : un module de géométrie dans l'espace pour chimistes, de théorie des groupes pour physiciens. On pourra lire avec intérêt de ce point de vue les débats de la Commission de réflexion sur les mathématiques (K_1) mise en place ces dernières années (par

exemple l'intervention éclairante d'Edmond Malinvaud en Novembre 1999 où il réduit les mathématiques à quelques modes de raisonnement peu nombreux (les "mathématiques déductives"), qu'on pourra acheter bientôt en module sans doute. (*)

Mais où sont les neiges mathématiques d'antan ? Il ne sert à rien de regretter le passé –l'école de nos arrières-grands parents, ni d'aller chercher son inspiration (D_3) chez les éléments les plus conservateurs du système américain, lui-même en pleine crise. Il faut modifier notre point de vue et ne pas continuer à faire comme si les mathématiques devaient de droit divin être au cœur de l'enseignement et du savoir, sans tenir compte du contexte (qu'on peut discuter, mais là c'est un autre débat, politique !)

V. Quelles mathématiques pour modéliser, et pour qui ?

La mise au point des logiciels sophistiqués utilisés par les architectes, pour leur faire oublier le sens de l'espace, (resp. par les biotechniciens) nécessitera des connaissances de géométrie projective, qui après tout n'a que quatre siècles (resp. de théorie des processus de Markov), mais *pas* leur utilisation. Pourtant depuis deux mille ans on enseigne les mathématiques sans se soucier seulement de l'éventuelle exploitation que pourraient en tirer les producteurs. Nos sociétés seront-elles bientôt incapables de cette générosité ? Si on veut préserver l'avenir, continuer à maintenir cette richesse menacée des mathématiques comme réserve d'idées, de théories, de beauté, mais de modèles aussi, en somme si on veut transmettre le Sésame de cette caverne d'Ali-baba de la connaissance sans entrer en opposition directe avec un courant profond et puissant qui parcourt les sociétés développées, il faut réinsérer du sens, un sens qui soit aussi source d'efficacité, dans la construction de modèles, il faut montrer, *même* dans l'enseignement, *même* dans la modélisation, l'intérêt et le pouvoir créatif des mathématiques. Or le pouvoir de créer un modèle, ou d'en critiquer un autre, n'existe que si on a une idée précise du contexte, hors mathématique (Z_2 , Z_5). D'où une double nécessité :

- un enseignement pluridisciplinaire
- l'enseignement de la mise au point du modèle à l'intérieur de l'enseignement et non la transmission du modèle "clés en mains".

Prenons des exemples.

Exemple 1. L'attraction universelle : c'est le paradigme de la science moderne : la découverte des lois de l'attraction universelle et en parallèle de l'analyse mathématique. L'importance de cet exemple ne doit pas induire l'idée qu'on peut l'enseigner facilement !

Exemple 2. Coût marginal (P_3). Cet exemple du programme de mathématiques (P_3), est instructif du point de vue de la constitution d'un modèle (ici le passage simplificateur du discret au continu, comme de la collaboration possible (qui aurait du être déjà réalisée au niveau de la rédaction des programmes) entre les professeurs de mathématiques et ceux de sciences économiques. On suivra avec intérêt le traitement du sujets dans les manuels.

(*) On se rappelle la polémique qui a agité le milieu des économistes à partir d'une pétition de normaliens qui se plaignaient des excès de la "formalisation" en économie. Dérapage linguistique intéressant : excès de modèles ? de théorie ? Non, disent-ils, c'est trop formel !

Exemple 3. (inspiré par (C_4)). On pose le problème suivant : Dans une ville chaque maison a la même probabilité de prendre feu. Quelle est la meilleure implantation pour la station de pompiers ? Autre question : Sur un territoire donné (un rectangle pour simplifier) on doit mesurer la chute de pluie avec N stations météo. Comment les placer ? Comment estimer la chute moyenne ? dans chacun de ces cas l'élève doit faire preuve d'initiative pour poser le problème, modéliser puis le résoudre. (*)

À moyen terme l'enseignement subira des bouleversements liés à la pression démographique (pénurie de professeurs), à celle des NTIC (e-learning, éducation à distance) qui faciliteront l'évaluation et la vérification des connaissances transmises mais risquent aussi de conduire à un découpage des savoirs. (**) On assiste à une réduction univoque des mathématiques à leur rôle d'usage.

Ne peut-on voir une relation profonde entre la culture unidimensionnelle de ces mathématiques réduites au rôle de modèles, de boîte à outils, et la réduction de la culture mondiale à une seule composante, la globalisation culturelle. On va assister surtout à une redéfinition des besoins : les "mathématiques discrètes", qui font intervenir les aspects combinatoires d'ensembles finis vont prendre une place croissante. La querelle sur l'enseignement du calcul différentiel sera reléguée d'ici quelques années aux magasins des polémiques dépassées. D'ailleurs la fructification des mathématiques par les autres disciplines a toujours été source de progrès considérable. Combien d'années faudra-t-il pour qu'au plan de l'enseignement on tienne compte du point de vue par exemple exposé dans (K_2) sur les problèmes de combinatoire posés par la biologie génétique ? Les documents se multiplient, par exemple sur le problème de l'évaluation des programmes d'éducation à distance (.Quality on line,...).

La seule voie qui nous semble viable est un rapprochement des savoirs formels des pratiques d'applications : redonner du sens à la construction des modèles, insuffler à cette occasion un peu de pragmatisme tout en maintenant l'esprit de connaissance et de recherche.

Le pire n'est jamais sûr, mais n'est pas complètement exclu. C'était sans doute aussi l'état d'esprit en 1942 de Raymond Queneau quand il mêlait, en pleine tourmente de la guerre, la lutte pour la vie de Volterra, la pipe de Magritte (Ceci n'est pas un modèle !) et ces deux mots chargés de trop de sens : "Une histoire modèle".

Références

- A Armatte M. Les Mathématiques sauraient-elles nous sortir de la crise économique ? in Mathématiques et action politique, INED 20900 ? mathématiques et politique, Maison des sciences de l'homme.

(*) Malgré les difficultés dues au manque de formation pluridisciplinaire, les TPE (travaux personnels encadrés) ont été l'occasion de travaux intéressants sur la notion de modèle.

(**) Ce danger est déjà intériorisé par les mathématiciens : la Société Mathématique de France vient de publier un fascicule de relations publiques sous le thème "L'explosion des mathématiques".

- B₁ Bouleau N. Philosophie des mathématiques et de la modélisation, Paris, L'Harmattan 1999.
- B₂ Binmore Ken G. Game Theory and the Social Contract, Vol. 1 : Playing Fair, Vol. 2 : Just Playing (Economic Learning and Social Evolution), MIT Press, 1994.
- C₁ Carbone Alessandra & Gromov Mikhail. Mathematical slices of molecular biology (with an introduction of Eric Westhof), Numéro spécial de la gazette des mathématiciens, Société mathématique de France, 2001.
- C₂ Châtelet Gilles. Interview, La Quinzaine littéraire août 1999, numéro spécial, "Ce qu'on ne dit pas".
- C₃ Connes Alain, Lichnérowicz André & Schutzenberger Marcel-Paul. Triangle de pensée, Ed. O. Jacob.
- C₄ Comap : www.comap.com
- D₁ David Edward E. Jr. Renewing U.S. Mathematics: Critical Resource for the Future. Notices of the American Mathematical Society, Vol. 31 (1984).
- D₂ Deléage Jean-Paul. Histoire de l'écologie, une science de l'homme et de la nature, La découverte, Paris 1991.
- D₃ Demailly Jean-Paul. Revendiquer une place réelle pour l'enseignement des sciences ? Gazette des mathématiciens, avril 2002.
- E₁ Ekeland Ivar. La théorie du penalty. Pour la science 2000.
- E₂ Ekeland Ivar. Le meilleur des mondes, Seuil.
- G₁ Giraud Gaël. Théorie des jeux, Flammarion.
- G₂ Gayon Jean. Évolution culturelle : le spectre des possibles. Gènes et culture, colloque au Collège de France, octobre 2002.
- I₁ Israel Giorgio. La mathématisation du réel, Essai sur la modélisation mathématique, Paris, Seuil, 1996.
- I₂ Israel Giorgio. Modèles-récits ou récits-modèles ? Exposé à la Maison des Sciences de l'homme, Paris, 12 Janvier 1998.
- K₁ Kahane Jean-Pierre. Commission Kahane : www.smf.emath.fr/Enseignement/CommissionKahane/Communiqué
- K₂ Karp Richard. Mathematical Challenges from Genomics and Molecular Biology, 544, Notices of the AMS Volume 49.
- K₃ Krivine Jean-Louis. Au delà des mathématiques, Science et vie, février 2002.
- L₁ Lesk Arthur. The unreasonable effectiveness of mathematics in molecular biology, The mathematical intelligencer, 22, 2, p. 28.
- L₂ Lumsden C.J. & Wilson E.O. Genes, Mind and Culture: The Coevolutionary Process. Cambridge: Harvard University Press, 1981.
- M₁ Merton R.C. Future possibilities in Finance theory and Finance Practice, p. 47-74, Mathematical finance-Bachelier Congress 2000, Springer Finance, ISBN-540-67781-X.
- M₂ Michéa Jean-Claude. L'enseignement de l'ignorance et ses conditions modernes, Climats 1999.

- M₃ Morgenstern Oskar & Von Neumann John. *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, 1943.
- N₁ Nasar Sylvia. *The New Yorker*, December 20, 1999, p. 34–36.
- N₂ Ninio Jacques. Architecture for a replicative memory, in *Neurobiology* (V. Torre and F. Contini, eds, New-York, Plenum 1996).
- P₁ Parrochia Daniel. Remarques sur la formation des notions d'utilité et de préférence et les limites de leur mathématisation en sciences sociales, p. 79–100, in *Mathématiques et Action politique*, Paris, INED, 2000.
- P₂ Programme, "Environnement, Vie et société", CNRS.
- P₃ Programme de mathématiques, Classes de terminales ES, sur www.eduscol.fr
- Q Queneau Raymond. *Une histoire-modèle*. Gallimard, 1966.
- T₁ Thom René. Vertus et dangers de l'interdisciplinarité, in *Apologie du logos*, Hachette, p. 636–643, 1990, et <http://217.167.236.172/demo/edp/CDRom>
- T₂ Todorov Tzvetan. Sciences humaines : une mauvaise politique. *Le Monde*, 8 Octobre 2002, p. 16.
- Z₁ Zerner Martin. Le double langage du modèle mathématique.
- Z₂ Les sujets de mathématiques au baccalauréat ES : le jour du Bac, tu fais le con. *Repères*, Juillet 1999, 36, p. 59–71.
- Z₃ About mathematics in university textbooks of economics. Actes de la troisième Université européenne d'Histoire des Mathématiques. Édition Bernoulli, Louvain, juillet 1999.
- Z₄ Esquisse d'une histoire de la notion de modèle mathématique. Contribution à une approche historique de l'enseignement des mathématiques. IREM de Franche-Comté, 1996.
- Z₅ The mathematical model: epistemological tool or ideological notion? Actes du XXe Congrès international d'Histoire des Sciences, Liège, 1997.
- Z₆ Explication d'un modèle économique. Actes de la VIIIème école d'été de didactique des mathématiques. IREM de Clermont-Ferrand, 1996.
- Z₇ Analogie et modèles chez von Neumann, à paraître, *Epistémologiques*.

kantor@math.jussieu.fr